Opgave 14

I en model kan udviklingen i biltætheden (målt i antal biler pr. 1000 indbyggere) i Danmark i perioden efter 1968 beskrives ved differentialligningen $\frac{dN}{dt} = 0.0004 \cdot N \cdot (315 - N)$, *hvor* N *betegner biltætheden til tiden* t *(målt i antal år efter 1968).*

a)

Bestem en forskrift for biltætheden N *som funktion af tiden* t, *idet det oplyses, at biltætheden i 1968 var 198.*

Jeg starter med at løse differentialligningen med begyndelsesbetingelsen $N(0) = 198$:

```
> restart:
> dsolve({dN/dt = 0.0004*N*(315 - N), N(0) = 198})
```

$$N(t) = \frac{6930}{22 + 13\, e^{-\frac{63}{500} t}} \qquad \textbf{(9.1.1)}$$

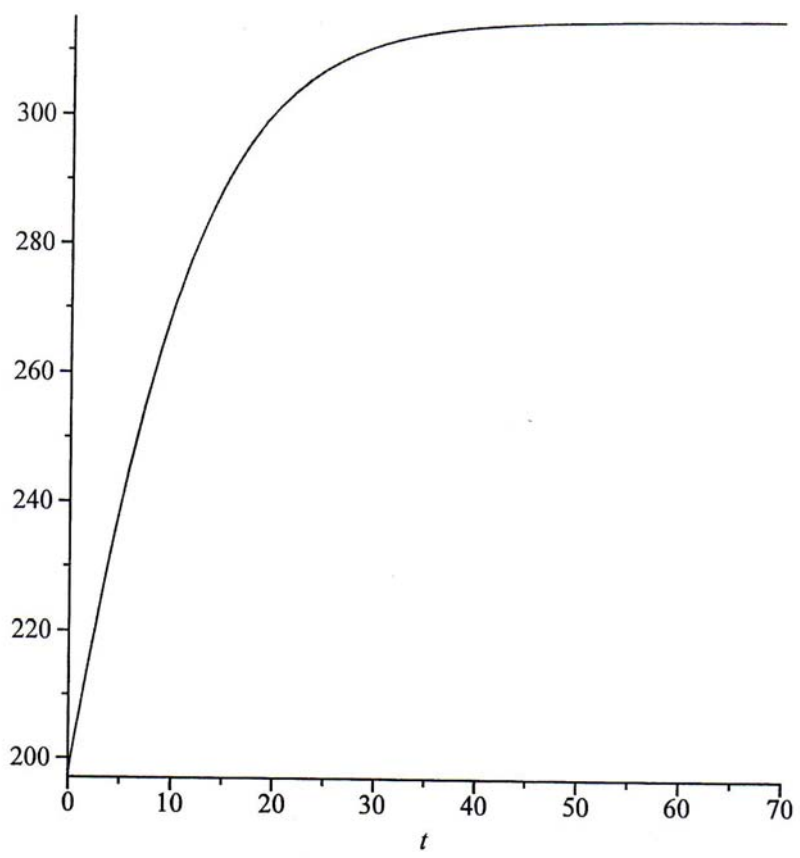
```
> N := t -> 6930/(22 + 13*e^(-63/500*t)*k)
```

$$N := t \to \frac{6930}{22 + 13 \cdot e^{-\frac{63}{500} \cdot t} \cdot k} \qquad \textbf{(9.1.2)}$$

Løsningen er derfor at $N(t) = \frac{315}{1 + \frac{13}{22} e^{-\frac{63}{500} t}}$

Grafen for $N(t)$ ses herunder

```
> plot(N(t), t = 0..70)
```



b)

Giv ved hjælp af den fundne funktion et skøn over biltætheden i 2008, og kommentér resultatet.

Jeg bestemmer først $N(40)$, da 2008 er 40 år efter 1968.

```
> evalf[4](N(40))
```

313.7 **(9.2.1)**

Som man også kan se på grafen, er dette tæt på 315 som er den værdi funktionen tilnærmer sig efterhånden som tiden går. Jeg synes det er en smule urealistisk, at biltætheden allerede omkring 2008 ($N(40)$) er på sit stort set højeste og bliver der til evighed. Derfor synes jeg at det er tvivlsomt om modellen passer så langt frem i tiden.