Opgave 7

I et koordinatsystem i rummet er der givet to vektorer

```
> restart :
> a := Vector([-2, 4, 5])
```

$$\vec{a} := \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

```
> b := Vector([1, -3, -2])
```

$$\vec{b} := \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

a)

Bestem en ligning for den plan α, der er udspændt af $\vec{a}$ og $\vec{b}$, og som indeholder punktet $P(1, 3, -6)$.

Jeg vil først finde en normalvektor til planen. Denne kan findes ved at udregne krydsproduktet af $\vec{a}$ og $\vec{b}$:

```
> with(LinearAlgebra) :
> n = a &x b
```

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \tag{2.1.1}$$

Dernæst kan vi opskrive en ligning udfra det faktum at en plan har ligningen $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$, hvor a, b og c er koordinaterne til en normalvektor, og x_0, y_0 og z_o er koordinaterne til et punkt derpå. Jeg bruger derfor koordinaterne til punktet P:

```
> 7(x-1)+1(y-3)+2(z+6)=0
```

$$7x+2+y+2z=0 \tag{2.1.2}$$

Planen får derved ligningen $7x+2+y+2z=0$.

En linje l er bestemt ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $t \in R$, *og en plan β er bestemt ved ligningen $2x-3y+z=7$.*

b)

Bestem den spidse vinkel mellem l og β

Jeg finder først normalvektoren til β ud fra planens ligning:

```
> restart : with(LinearAlgebra) :
> n_β := Vector([2, -3, 1])
```

$$\vec{n}_\beta := \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.2.1}$$

Dernæst finder jeg retningsvektoren til l:

> $\vec{r}_l := Vector([1, 1, 3])$

$$\vec{r}_l := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \tag{2.2.2}$$

Jeg vil nu finde vinklen mellem disse. Til dette bruger jeg at $\cos(\theta) = \frac{\vec{n}_\beta \cdot \vec{r}_l}{|\vec{n}_\beta| \cdot |\vec{r}_l|}$:

> $with(Grader)$:

> $evalf\left(\arccos\left(\frac{\vec{n}_\beta \cdot \vec{r}_l}{\sqrt{2^2+3^2+1^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2+3^2}}\right)\right)$

$$80.72550020 \tag{2.2.3}$$

> $90 - \%$

$$9.27449980 \tag{2.2.4}$$

Den spidse vinkel mellem linjen og planen bliver derfor $90° - 80.73° = 9.27°$.